

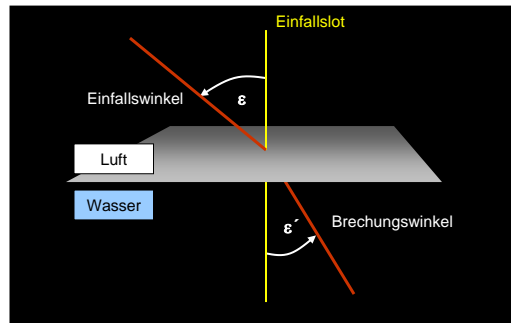
## Technische Optik 02

1 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Was beim Übertritt eines Lichtstrahls durch die Grenzschicht zwischen zwei durchsichtigen Materialien passiert, ist schon vor fast 2000 Jahren für die Grenzfläche Luft / Wasser von Claudius Ptolemäus (ca. 100 - ca. 175 n. Chr.) experimentell untersucht worden.



Auf beiden Seiten der Grenzfläche werden gegen das Einfallslot die beiden Winkel gemessen, der Einfalls- und der Brechungswinkel. Sie haben beide dasselbe Vorzeichen; in dieser Darstellung ist das positiv, denn die Bezugsgerade (= das Einfallslot) muss im positiven Drehsinn (= gegen den Uhrzeiger) bewegt werden, um zum Strahl zu kommen.

## Technische Optik 02

2 von 32

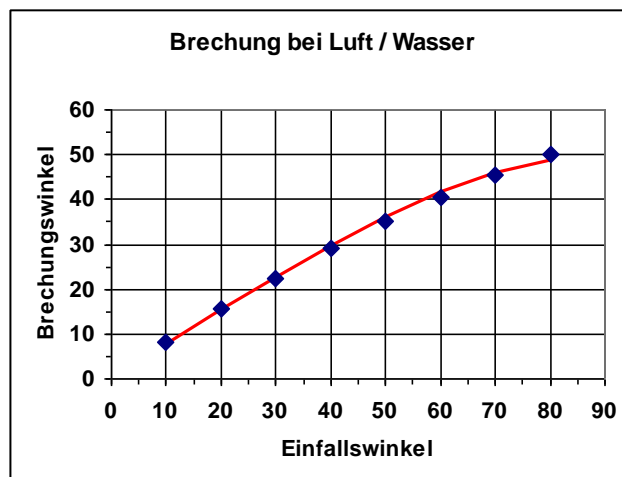
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Die in den schriftlichen Aufzeichnungen von Ptolemäus überlieferten Messwerte (blaue Symbole) für Einfallswinkel  $\varepsilon$  und Brechungswinkel  $\varepsilon'$  sind hier gegeneinander grafisch aufgetragen.

Die rote Kurve entspricht dem Gesetz, das der Niederländer Willebrord Snel van Rooyen etwa 1500 Jahre später fand (benutzte Brechzahl  $n'/n = 1,31$ ):

$$n \cdot \sin(\varepsilon) = n' \cdot \sin(\varepsilon')$$



Das nennt man das Snelliussche Brechungsgesetz. Dabei ist  $n$  die Brechzahl von Luft,  $n'$  die von Wasser, und  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  sind Einfalls- und Brechungswinkel. Leider kannte Ptolemäus die Sinus-Funktion noch nicht.-

## Technische Optik 02

3 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Pierre de Fermat,  
1607 - 1665

Worin liegt die physikalische Bedeutung des Wertes für den Brechungsindex  $n$ ?

Während Pierre de Fermat glaubte, im Glas oder Wasser sei das Licht langsamer als in Luft, hielt René Descartes gerade das Gegenteil für wahr.

Fermat war zuversichtlich, dass die Zukunft entscheiden werde, wer von beiden richtig vermutet habe. Und damit war für ihn der Streit beendet.

René Descartes,  
1596 - 1650Armand Hippolyte Louis  
Fizeau,  
1819 - 1896

Die Frage wurde endgültig erst im Jahr 1849 durch Fizeau mit einem Experiment entschieden: Die Ausbreitung von Licht ist in Wasser langsamer als in Luft!

Naturwissenschaftliche Streitfragen werden immer mit einem Experiment geklärt. Diese vernünftige Verhaltensweise sollten sich andere Bereiche zum Vorbild nehmen.

## Technische Optik 02

4 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Es gibt eine Betrachtungsweise, die Fermats Interpretation leicht als richtig und die Vorstellung von Descartes als unvernünftig erscheinen lässt. Betrachten wir die Grenzfläche zwischen Luft (oben) und Glas (unten) mit den Lichtgeschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$ . Von schräg links oben fallen zwei parallele Strahlen ein.

Die Einfallslotte haben den Abstand  $x$ . Einfallswinkel  $\varepsilon$  und Brechungswinkel  $\varepsilon'$  werden zum Lot gemessen.

Wenn beide Strahlen aus derselben Quelle kommen, muss der rechte einen um  $d_1$  längeren Weg zurücklegen als der linke, bevor die Grenzfläche getroffen wird.

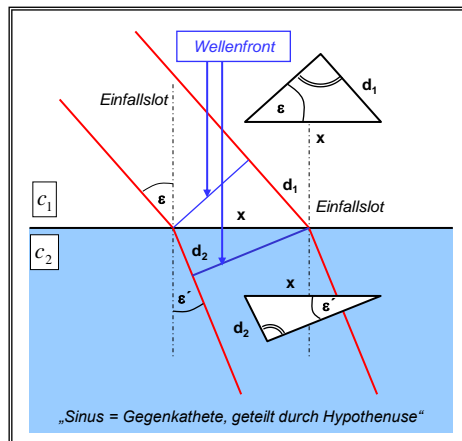
Nach der Brechung laufen beide Strahlen im Glas parallel weiter. Die benötigte Zeit für das Stück  $d_1$  in Luft ist gleich der Zeit für das Stück  $d_2$  in Glas:

$$\frac{d_1}{c_1} = \frac{d_2}{c_2} \quad d_2 = \frac{c_2}{c_1} d_1$$

$$d_1 = x \cdot \sin(\varepsilon) \quad d_2 = x \cdot \sin(\varepsilon')$$

$$\sin(\varepsilon') = \frac{c_2}{c_1} \cdot \sin(\varepsilon)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{c_2}{c_1}$$



## Technische Optik 02

5 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Die Ausbreitung von Licht kann auf zweierlei Weise verstanden werden: Entweder man setzt sich auf einen Strahl, oder man betrachtet eine Ebene, die senkrecht zur Ausbreitung verläuft. Diese nennt man **Wellenfront**. Das Konzept der Wellenfront ist manchmal sehr nützlich, wenn das Bild von Strahlen nicht weiter führt.

Die Ursache für die Ablenkung des Strahls bei der Brechung liegt in der geänderten Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$ , verglichen mit der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c_0$ :

$$c = \frac{c_0}{n}$$

Beispiel:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Licht in Luft ( $n = 1$ ), in Wasser ( $n = 1,33$ ) und in Glas (1,523) betragen:

$$c_L = c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c_W = c_0 / 1,33 = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c_G = c_0 / 1,523 = 1,97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

## Technische Optik 02

6 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Für die Ausbreitung von Licht (auch beim Überwinden einer Grenzschicht zwischen zwei optisch durchlässigen Medien) gilt das Fermatsche Prinzip (nach wem benannt?):

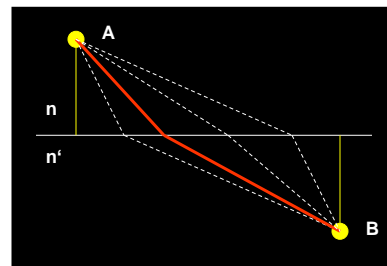
Das Licht wählt immer den kürzesten Weg.

Im Medium konstanter Brechzahl  $n$  breitet sich Licht geradlinig aus.

Deutung:

Von allen möglichen Wegen vom Quellpunkt A zum Punkt B nimmt der Lichtstrahl denjenigen, für den er die kürzeste Zeit benötigt.

Das klingt wie eine Minimax-Aufgabe aus der Mathematik des ersten Semesters.



## Technische Optik 02

7 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

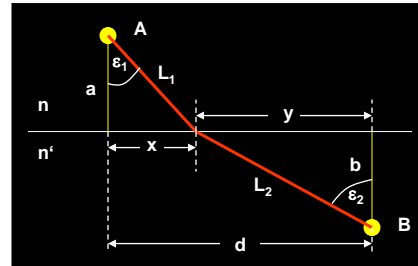
Wir zerlegen die Flugzeit von A nach B in zwei Teilzeiten:

$$t = t_1 + t_2$$

Für  $t_1$  und  $t_2$  finden wir:

$$t_1 = \frac{L_1}{c_1} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1}$$

$$t_2 = \frac{L_2}{c_2} = \frac{\sqrt{b^2 + y^2}}{c_2}$$



Wir berücksichtigen:  $y = d - x$ . Dann haben wir  $t = t(x)$ . Wenn das nach  $x$  abgeleitet und diese Ableitung gleich Null gesetzt wird, erhalten wir:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2} * \frac{2x}{\sqrt{a^2 + x^2} * c_1} + \frac{1}{2} * \frac{2(d-x)*(-1)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2} * c_2} = 0$$

Für  $x / L_1$  setzen wir  $\sin(\epsilon_1)$  und für  $y / L_2$   $\sin(\epsilon_2)$ :

$$\sin(\epsilon_2) = \frac{c_2}{c_1} * \sin(\epsilon_1)$$

Das ist das Snelliussche Brechungsgesetz mit  $n'/n = c_2/c_1$ .

Also gilt:  $n = \frac{c_0}{c}$   
 $c_0 = \text{Vakuum-Lichtgeschwindigkeit.}$

## Technische Optik 02

8 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Beispiel:

Beim Durchgang durch eine Glasplatte findet **zweimal** Brechung statt, nämlich beim Eintritt (aus Luft in Glas) und beim Austritt (aus Glas in Luft). Was dabei passiert, wollen wir für eine  $D = 5$  mm dicke Glasplatte ( $n = 1,5$ ) in Luft ( $n = 1,0$ ) und einen Einfallswinkel  $\epsilon_1 = 45^\circ$  berechnen.

Wir setzen an der ersten Oberfläche das Brechungsgesetz an:

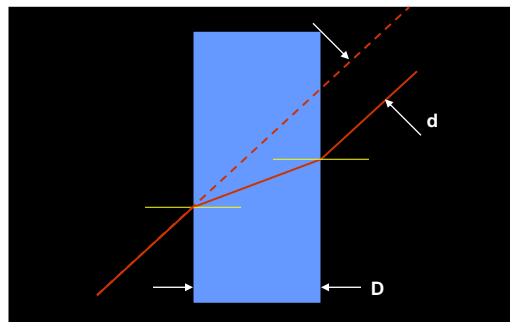
$$\sin(\epsilon_1') = \frac{\sin(\epsilon_1)}{n} = \frac{0,707}{1,5} = 0,471$$

Daraus folgt der Brechungswinkel:

$$\epsilon_1' = 28,13^\circ$$

Der Einfallswinkel an der zweiten Oberfläche ist gleich dem Brechungswinkel der ersten Oberfläche; daher verlässt der Strahl die Platte parallel zum einfallenden Strahl.

Den Parallelversatz  $d$  wollen wir berechnen.



## Technische Optik 02

9 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

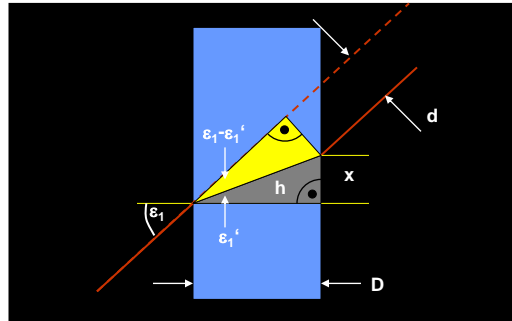
1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Wir betrachten den Strahl ( $\varepsilon_1 = 45^\circ$ ) in der Glasplatte. Wie groß ist der Parallelversatz  $d$  bei gegebener Plattendicke  $D$  und gegebenem  $n' = 1,5$  als Funktion des Einfallswinkels  $\varepsilon_1$ ?

Betrachten wir ein erstes Dreieck (grau). Der Winkel an der ersten Oberfläche beträgt  $\varepsilon_1' = 28,13^\circ$ . Die eine Kathete hat die Länge  $D = 5$  mm, für die Hypotenuse  $h$  bekommen wir:

$$h = \frac{D}{\cos(\varepsilon_1')}$$

Das sind  $h = 5,67$  mm.



Die Länge der kürzeren Kathete im gelben rechtwinkligen Dreieck ist nun durch eine einfache trigonometrische Beziehung zu berechnen:

$$d = h * \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon_1') = 5,67 * \sin(45^\circ - 28,13^\circ)$$

Es folgt:  $d = 1,65$  mm.

## Technische Optik 02

10 von 32

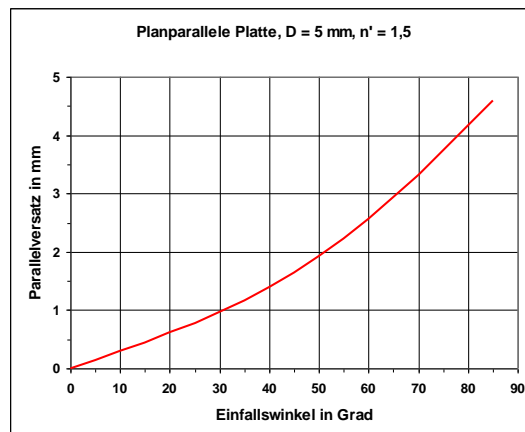
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Nun können wir leicht für verschiedene Einfallswinkel den Parallelversatz mit einer Tabellenkalkulation (z. B. MSExcel) berechnen.

$\varepsilon(1)$	$\varepsilon'(1)$	$h$	$d$
0	0,00	5,00	0,00
5	3,33	5,01	0,15
10	6,65	5,03	0,29
15	9,94	5,08	0,45
20	13,18	5,14	0,61
25	16,36	5,21	0,78
30	19,47	5,30	0,97
35	22,48	5,41	1,17
40	25,37	5,53	1,40
45	28,13	5,67	1,65
50	30,71	5,82	1,92
55	33,10	5,97	2,23
60	35,26	6,12	2,56
65	37,17	6,27	2,93
70	38,79	6,41	3,32
75	40,09	6,54	3,74
80	41,04	6,63	4,17
85	41,62	6,69	4,59

Die Abhängigkeit des Parallelversatzes vom Einfallswinkel ist nichtlinear.



## Technische Optik 02

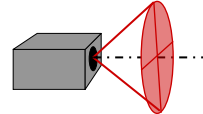
11 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Dieser Parallelversatz ist für den **Astigmatismus von Laserdioden** verantwortlich. Eine Laserdiode besteht im Kern aus einem kleinen, halbleitenden Bauteil, dessen Enden verspiegelt sind und damit den Laser-Resonator bilden. Beim Betrieb in Durchlassrichtung sendet diese Diode Laserstrahlung aus.

Die Teilstrahlen im Laserstrahl sind nicht parallel; darüber hinaus ist die horizontale Winkel-Divergenz von anderer Größe als die vertikale. Die Strahlung ist linear polarisiert.



Um im Betrieb Verschmutzung zu vermeiden, wird die Laserdiode in ein Gehäuse mit Glasplatte eingebaut; die Strahlung kommt durch eine planparallele Glasplatte heraus. Dabei gibt es einen Strahlversatz, der mit dem Winkel wächst, unter dem die Glasplatte durchstrahlt wird. Die einzelnen Strahlen im auseinander laufenden (= **divergenten**) Strahlbündel scheinen also nicht aus einem Punkt zu kommen.

Das nennt man den **Astigmatismus** einer Laserdiode.



## Technische Optik 02

12 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Das Brechungsgesetz gilt sowohl für Übergang in das Medium mit größerer als auch kleinerer Brechzahl. Mit einem Taschenrechner kann die Berechnung ausgeführt werden.

Beispiele:

$n = 1,0$ ; $n' = 1,5$ ; $\epsilon = 30^\circ$	Es folgt: $\epsilon' = 19,47^\circ$
$n = 1,5$ ; $n' = 1,0$ ; $\epsilon = 30^\circ$	Es folgt: $\epsilon' = 48,59^\circ$
$n = 1,0$ ; $n' = 1,5$ ; $\epsilon = 45^\circ$	Es folgt: $\epsilon' = 28,13^\circ$
$n = 1,5$ ; $n' = 1,0$ ; $\epsilon = 45^\circ$	Es folgt: $\epsilon' = \text{ERROR}$

Wenn der Strahl aus dem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres Medium eintritt, wird er vom Einfallslot weg gebrochen, d. h. der Brechungswinkel ist größer als der Einfallswinkel.

Die Werte der Sinusfunktion sind bekanntlich für reelle Argumente kleiner oder gleich 1. Wenn Werte der Arcus-Sinusfunktion  $> 1$  berechnet werden sollen, gibt es keinen reellwertigen Winkel mehr. In diesen Fällen findet **Totalreflexion** statt (total „total“).

## Technische Optik 02

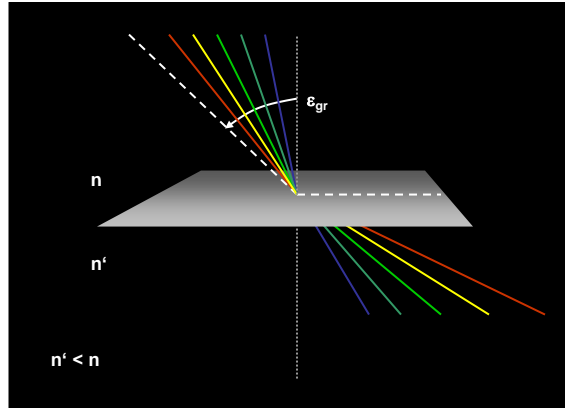
13 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Dieses Ergebnis ist sehr bemerkenswert; daher sehen wir uns die Brechung nochmal an, wenn der Strahl aus einem Medium größerer optischer Dichte in eines von kleinerer optischer Dichte ( $n' < n$ ) eintritt.

Weil der Brechungswinkel größer ist als der Einfallswinkel, gibt es einen größten Einfallswinkel, für den die Brechung zu einem Strahl parallel zur Grenzfläche führen würde ( $\epsilon' = 90^\circ$ ).



Diesen größten Einfallswinkel nennt man Grenzwinkel der Totalreflexion  $\epsilon_{gr}$ . Für kleinere Einfallswinkel werden die einfallenden Strahlen gebrochen, für größere vollständig reflektiert. Dieser Winkel ist leicht anzugeben:

$$\epsilon_{gr} = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)$$

## Technische Optik 02

14 von 32

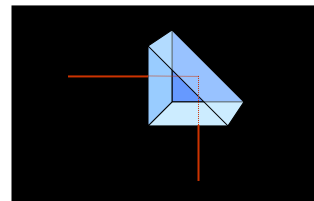
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Für Totalreflexion beträgt der Reflexionsgrad 100 %. Damit ist dieser Vorgang viel besser als gerichtete Reflexion mit Spiegeln. Deshalb wird Totalreflexion immer verwendet, wenn man Lichtstrahlen verlustlos ablenken oder umlenken will.

So kann man ein Prisma fertigen lassen, das drei wirksame Oberflächen hat und deren Flächen die Form eines rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks bilden.

Strahlen, die auf die Eintrittsfläche mit dem Einfallswinkel  $\epsilon_1 = 0^\circ$  einfallen, werden an der Hypothenusenfläche totalreflektiert, wenn das Glasmaterial einen Brechungsindex  $n' > 1,415$  hat.



Dieses Prisma lenkt den gezeichneten Strahl um genau  $90^\circ$  um. Allerdings kann man sich leicht vorstellen, dass für einen geringfügig anderen Einfallswinkel an der ersten Oberfläche der abgelenkte Strahl einen anderen Ablenkswinkel zeigen würde. Gibt es kein Prisma, mit dem genau  $90^\circ$  Ablenkung für jeden beliebigen Winkel innerhalb eines Bereichs zu erzielen ist?

## Technische Optik 02

15 von 32

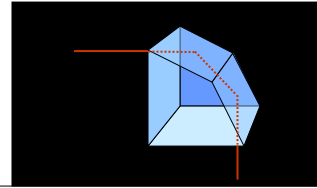
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Es gibt sogar mehrere:

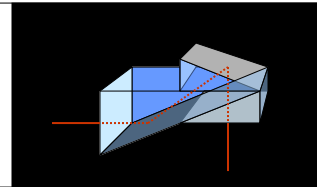
### 1.) Wollaston-Prisma

Zwei Totalreflexionen an Oberflächen, die unter dem Winkel  $135^\circ$  stehen, führen zu einem Ablenkwinkel von  $270^\circ$ . Nur das obere Drittel der Eintrittsfläche darf benutzt werden.



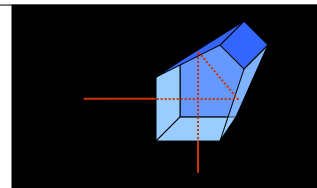
### 2.) König-Prisma

Aus drei Prismen mit den Winkeln  $90^\circ$ ,  $22,5^\circ$  und  $67,5^\circ$  wird eine Gruppe zusammengesetzt. Die zweite Reflexion ist nicht „total“; daher muss dort eine Spiegelschicht verwendet werden.



### 3.) Pentaprisma

Die beiden reflektierenden Oberflächen bilden einen Winkel von  $45^\circ$  miteinander. Weil die Einfallswinkel für Totalreflexion zu klein sind, müssen beide Flächen verspiegelt werden.



## Technische Optik 02

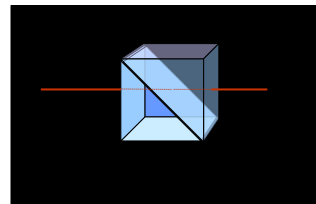
16 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

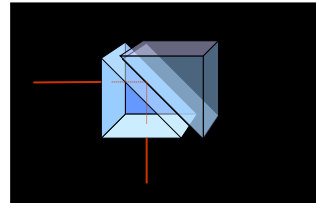
1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Oft kommen mehrere Prismen für eine gemeinsame Aktion zum Einsatz.

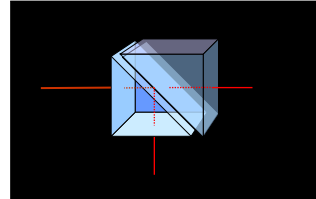
Totalreflexion findet nicht statt, wenn wir zwei  $90^\circ$ -Prismen mit den Hypothenusenflächen dicht aneinandersetzen.



Totalreflexion findet statt, wenn wir zwei  $90^\circ$ -Prismen mit den Hypothenusenflächen mit Abstand aneinandersetzen.



Verhinderte Totalreflexion findet statt, wenn die beiden  $90^\circ$ -Prismen einen Abstand in der Größe der Wellenlänge haben. In der englischen Sprache nennt man das "frustrated reflection".





## Technische Optik 02

17 von 32

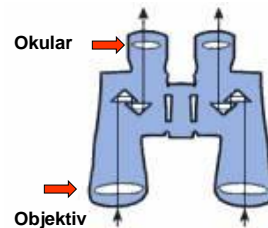
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Prismen finden oft in einfachen oder komplexen optischen Geräten Verwendung.

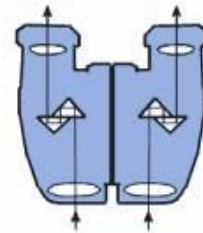
Feldstecher bestehen aus zwei parallel angeordneten Fernrohren, in denen eine zweistufige Vergrößerung stattfindet (mit Objektiv und Okular; lat. oculus = Auge). Durch die Anordnung der Linsen wird eine rechts-links- und eine oben-unten-Vertauschung auftreten. Mit zwei totalreflektierenden Prismen (Typ: Porro-Prisma) wird das Bild seitenrichtig und aufrecht.

Schnittbild eines Feldstechers:



Etwas platzsparender ist die Version mit umgedreht angeordneten Prismen. Dann müssen die großen Objektivlinsen enger stehen als die kleinen Okularlinsen.

In beiden Abbildungen ist die optische Achse gezeichnet. Die Betrachtung der optischen Achse ist ungeeignet, eine eventuell vorkommende rechts-links- und oben-unten-Vertauschung erkennen zu lassen. Dafür muss man Hauptstrahlen (das sind Strahlen parallel zur optischen Achse) berücksichtigen.



## Technische Optik 02

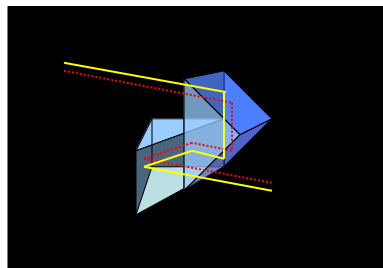
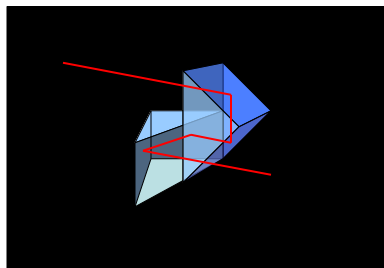
18 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Die beiden Prismen sind in diesen Abbildungen aus dem Internet leider falsch gezeichnet (Informationen aus dem Internet sind meistens kostenlos; oft sind sie auch danach). Daher ist auch ihre Wirkung nicht gut zu erkennen.

Als Porro-Prisma bezeichnet man die Anordnung aus zwei Prismen mit der Form von rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecken. Es gibt vier Totalreflexionen. Nach den ersten beiden Reflexionen im ersten Prisma ist die oben-unten-Vertauschung aufgehoben: Der gelbe Strahl tritt oberhalb des roten ein und unterhalb aus. Die beiden Reflexionen im zweiten Prisma heben die rechts-links-Vertauschung auf.



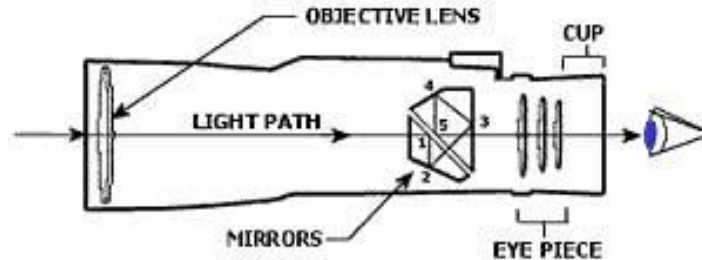
## Technische Optik 02

19 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Etwas komplizierter ist der Aufbau eines teureren Spektivs (= Linsenfernrohr zum Hindurchsehen; bei Kamera-Anschluss braucht man die Vertauschungen der Linsen nicht rückgängig zu machen).



Bei dem gezeigten Prisma handelt es sich um ein Schmidt- oder Pechan-Prisma. Es ist geradsichtig ohne Parallelversatz und hat einen großen Strahlquerschnitt. Der Einfallswinkel an den Stellen „2“ und „4“ ist kleiner als der Grenzwinkel für Totalreflexion; daher muss hier verspiegelt werden („mirrors“). Auch dieses Prisma ist falsch gezeichnet: Es hebt zwar die oben-unten-Vertauschung auf, weil die Anzahl der Reflexionen ungerade ist, aber nicht die rechts-links-Vertauschung; dafür muss noch ein Dachkant angebracht werden.

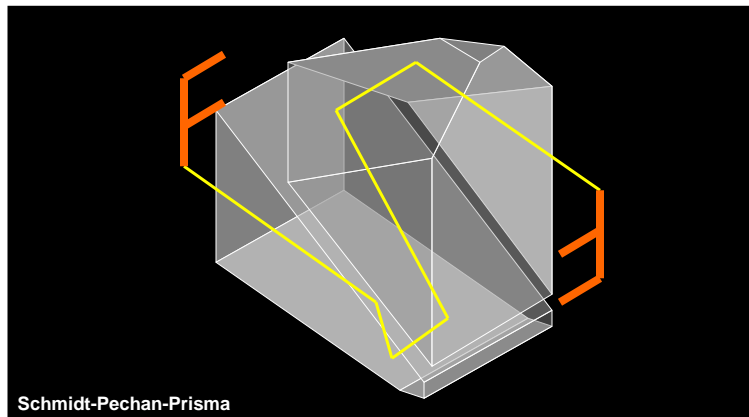
## Technische Optik 02

20 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Der Strahlengang weist fünf Reflexionen auf; das Bild wird um  $180^\circ$  gedreht. Vorteilhaft ist die kompakte Bauform bei gleichzeitig großem Querschnitt des übertragenen Lichtstrahlbündels.



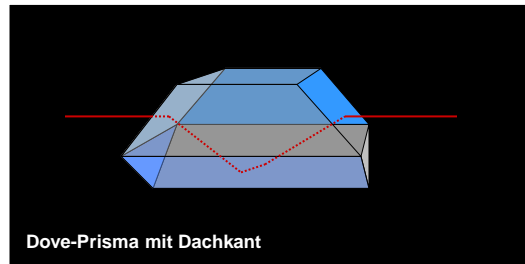
## Technische Optik 02

21 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Als „Dachkante“ bezeichnet man in einem Prisma die Grenzlinie zwischen zwei totalreflektierenden Flächen, wenn sie mitten im Gesichtsfeld liegt. Ihre fehlerfreie Fertigung ist technisch aufwändig und macht dies Prisma teuer.



Gezeigt ist ein Dove-Prisma mit Dachkant (unten an das Dove-Prisma angesetzt). Dadurch wird nicht nur eine Oben-Unten- sondern auch Rechts-Links-Vertauschung erreicht. Das Porro-Prisma hat keinen Dachkant, denn die Linie, an der die beiden totalreflektierenden Oberflächen zusammenstoßen, ist nicht in der Mitte des Gesichtsfeldes.

## Technische Optik 02

22 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Beim Durchgang durch ein Prisma wird ein Strahl an wenigstens zwei Oberflächen gebrochen. Um die Wirkung zu berechnen, nehmen wir uns ein einfaches Prisma, dessen Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck ist.

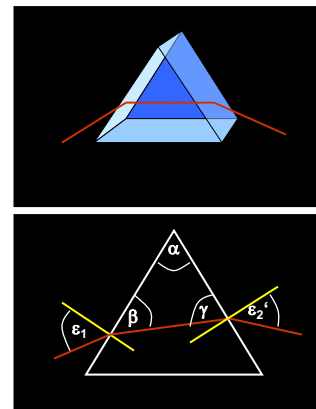
Der Strahl soll aus Luft ( $n = 1$ ) auf das Glasprisma ( $n' = 1,5$ ) einfallen. Wenn der Einfallswinkel an der ersten Oberfläche  $\varepsilon_1$  beträgt, können wir für den Brechungswinkel  $\varepsilon_1'$  mit Hilfe des Brechungsgesetzes leicht berechnen:

$$\varepsilon_1' = \arcsin\left(\frac{\sin(\varepsilon_1)}{1,5}\right)$$

Nun müssen wir den Einfallswinkel an der zweiten Oberfläche berechnen; dabei helfen geometrische Betrachtungen. Den Winkel  $\beta$  bekommen wir einfach durch  $\beta = 90^\circ - \varepsilon_1'$ . Wegen der Winkelsumme im Dreieck erhalten wir:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \varepsilon_1')$$

Für  $\varepsilon_2$  ergibt sich dann:  $\varepsilon_2 = 90^\circ - \gamma$ . Die erneute Anwendung des Brechungsgesetzes liefert uns  $\varepsilon_2'$ . Dann folgt der Ablenkswinkel  $\delta = |\varepsilon_1 - \varepsilon_1'| + |\varepsilon_2 - \varepsilon_2'|$ . Diese Berechnung kann leicht mit einer Tabellenkalkulation durchgeführt werden.



## Technische Optik 02

23 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Für ein Prisma mit dem Winkel  $\alpha = 60^\circ$  und dem Brechungsindex  $n = 1,5$  ergeben sich folgende Werte.

Es gibt für einen bestimmten Einfallswinkel an der ersten Oberfläche einen minimalen Wert  $\delta_{\min}$  des Ablenkungswinkels. Der liegt für dieses Prisma bei ungefähr  $37,19^\circ$ .

Es ist zu sehen, dass für diesen Durchgang gilt:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2' \quad \text{und} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_1'$$

$\varepsilon_1$	$\varepsilon_1'$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_2'$	$\delta$
30	19,47	40,53	77,10	47,10
32	20,69	39,31	71,86	43,86
34	21,89	38,11	67,79	41,79
36	23,07	36,93	64,32	40,32
38	24,23	35,77	61,25	39,25
40	25,37	34,63	58,47	38,47
42	26,49	33,51	55,90	37,90
44	27,59	32,41	53,51	37,51
46	28,66	31,34	51,28	37,28
48	29,70	30,30	49,19	37,19
50	30,71	29,29	47,21	37,21
52	31,69	28,31	45,34	37,34
54	32,64	27,36	43,58	37,58
56	33,55	26,45	41,92	37,92
58	34,43	25,57	40,35	38,35
60	35,26	24,74	38,88	38,88
62	36,06	23,94	37,49	39,49
64	36,81	23,19	36,20	40,20

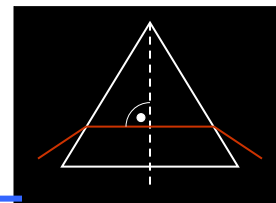
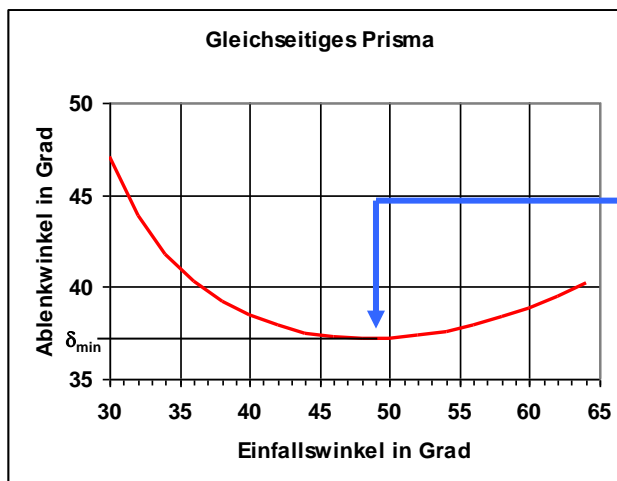
## Technische Optik 02

24 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Auch die grafische Darstellung der Größe des Ablenkungswinkels lässt den minimalen Ablenkungswinkel erkennen. In diesem Fall liegt der symmetrische Strahldurchgang vor, d. h. der Strahl durchdringt die Winkelhalbierende im rechten Winkel.



Aus  $\delta_{\min}$  kann man den Brechungsindex des Glases berechnen:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min}}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

## Technische Optik 02

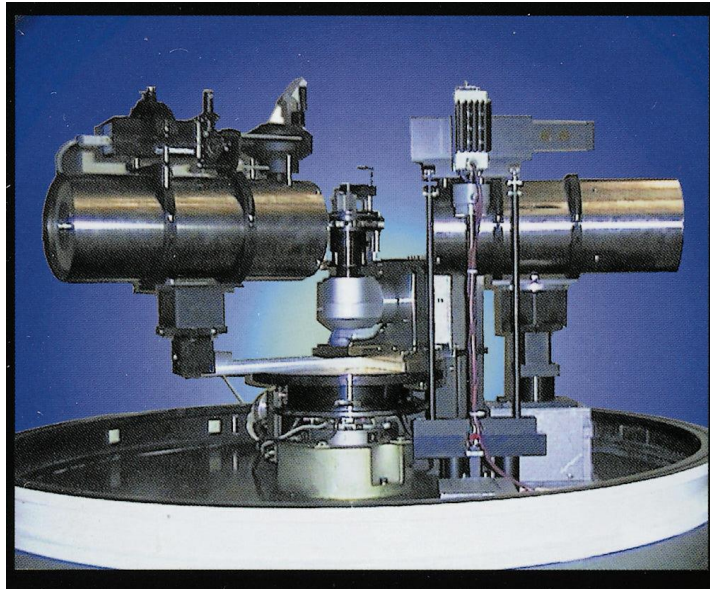
25 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Diese Methode der Bestimmung des Brechungsindex geht auf Joseph Fraunhofer zurück. Auch heute wird sie noch verwendet, wie in diesem Präzisionsgerät der Firma Carl Zeiss.

Über diese Anordnung kann ein Rezipient gesetzt und das Volumen evakuiert werden, um auch mit Licht messen zu können, für die unsere Luft undurchsichtig ist (Vakuum-UV).



## Technische Optik 02

26 von 32

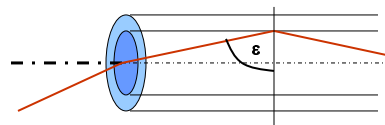
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Die Vielfalt an Formen von Prismen ist riesig. Bei der Fertigung müssen ebene Oberflächen erzeugt werden. Totalreflexion spielt auch bei optischen Komponenten eine große Rolle, deren Oberfläche gekrümmt ist, nämlich Glasfasern. Es gibt drei Typen.

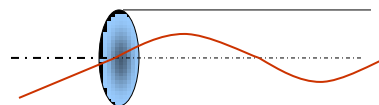
### 1.) Stufenindex-Faser

Der Faserkern besteht aus Glas mit großem Wert für den Brechungsindex; umgeben ist er vom Cladding. Trifft ein Strahl auf die Grenzschicht, so wird er totalreflektiert, wenn sein Einfallswinkel  $\epsilon$  groß genug ist.



### 2.) Gradientenindex-Faser

Der Brechungsindex der Faser nimmt nach außen hin kontinuierlich ab. Das führt dazu, dass Lichtstrahlen gekrümmt verlaufen.



### 3.) Single-Mode-Faser

Ein sehr dünner Faserkern (ca.  $5 \mu\text{m}$  Durchmesser) überträgt Strahlung mit beugungsbegrenzter Qualität. Diese Aussage wird erst später verständlich werden.

## Technische Optik 02

27 von 32

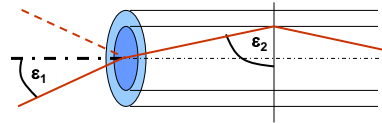
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

**Beispiel:**

Als Numerische Apertur NA bezeichnet man bei einer Stufenindex-Faser den Sinus des halben maximalen Öffnungswinkels.

Wie groß ist der Brechungsindex des Claddings, wenn die Numerische Apertur der Faser gleich  $NA = 0,20$  ist und der Kern aus Quarz besteht? (Für Quarz ist  $n = 1,46$  gültig.)



Der Einfallswinkel beträgt für  $NA = 0,20$ :  $\varepsilon_1 = 11,5^\circ$ .

Der Brechungswinkel beträgt:  $\varepsilon_1' = 7,87^\circ$ .

Der Einfallswinkel an der Grenzfläche zum Cladding beträgt:  $\varepsilon_2 = 90^\circ - 7,87^\circ = 82,13^\circ$ .

Da  $\varepsilon_{gr}$  nicht unterschritten werden soll, ist  $\varepsilon_2$  gleich dem Grenzwinkel für Totalreflexion:

$$n' = n \cdot \sin(\varepsilon_2) = 1,446$$

Einen Brechungsindex, der so wenig von dem Wert von reinem Quarzglas abweicht, kann durch Dotierung von Quarz hergestellt werden.

## Technische Optik 02

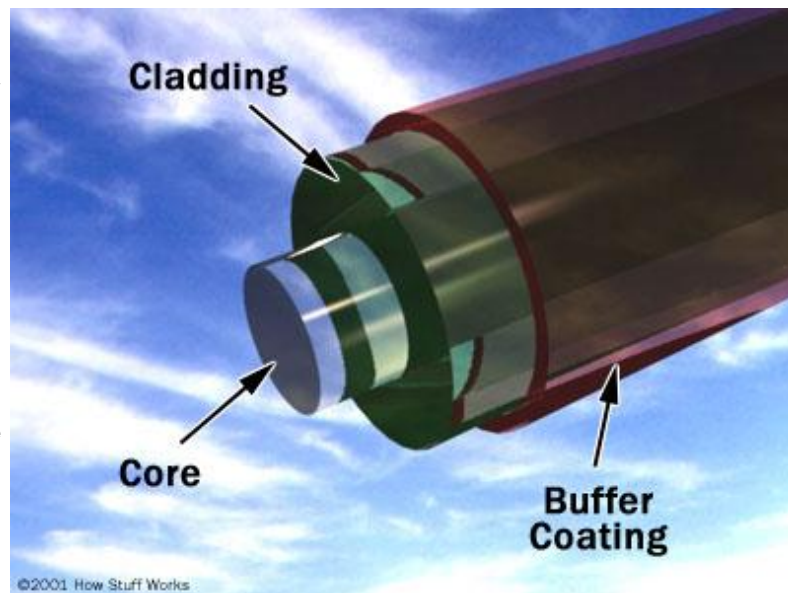
28 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Im Internet gibt es die Website "how stuff works", auf der man sich erklären lassen kann, wie eine Komponente aufgebaut ist und wie sie funktioniert.

Da gibt es ein schönes Bild, das die Eintrittsfläche einer Stufen-Index-Faser zeigt.



©2001 How Stuff Works

## Technische Optik 02

29 von 32

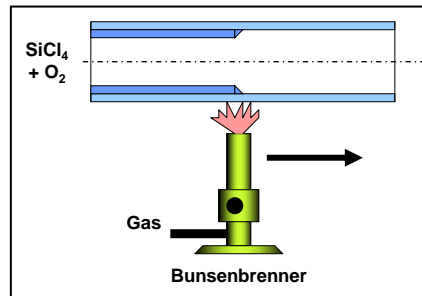
Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Die Herstellung der Fasern geschieht meist nach einem CVD-Verfahren (chemical vapour deposition).

Man geht von einem Quarzrohr aus (Durchmesser ca. 20 mm, Länge ca. 2 m, Wandstärke ca. 1 mm), das in eine Drehbank eingespannt ist.

Hindurch lässt man ein Gasgemisch aus Sauerstoff und  $\text{SiCl}_4$  (Silizium-Chlorid) strömen. Das Rohr ist auf einer Drehbank eingespannt und dreht sich. Ein Bunsenbrenner führt zu einer lokalen Erhitzung.



An der inneren, heißen Oberfläche findet eine chemische Reaktion statt, bei der  $\text{SiO}_2$  abgeschieden wird; das ist Quarz. Wenn der Bunsenbrenner gleichmäßig hin und her gefahren wird, baut sich eine Schicht Quarz auf. Wenn das eingeleitete Gas mit  $\text{GeCl}_4$  oder einer anderen Substanz gemischt wird, bekommt das Quarz einen anderen Brechungsindex. Wenn die Konzentration zeitlich konstant bleibt, entsteht die Vorstufe (englisch: preform) einer Stufenindex-Faser; wenn sie zeitlich richtig variiert wird, entsteht eine Gradientenindex-Faser. Kurze Stücke davon nennt man GRIN-Linse; sie werden in der Lasertechnik verwendet.

## Technische Optik 02

30 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Beispiel:

Auf ein Prisma aus Glas ( $n = 1,5$ ) mit dem Querschnitt eines gleichseitigen Dreiecks fällt ein Strahl unter dem Einfallswinkel  $\varepsilon_1 = 30^\circ$  ein. Wie groß ist der Ablenkswinkel  $\delta$  nach dem Strahldurchgang?

Wir berechnen den Brechungswinkel an der ersten Oberfläche:

$$\varepsilon_1' = \arcsin\left(\frac{\sin(30^\circ)}{1,5}\right) = 19,47^\circ$$

Die Winkelsumme im Dreieck ist gleich  $180^\circ$ :

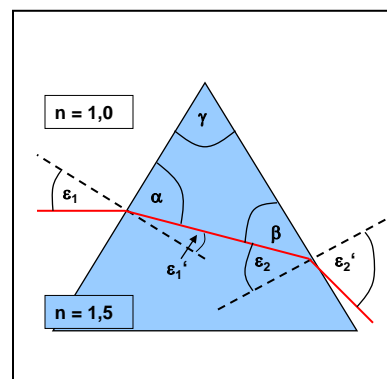
$$(90^\circ - \varepsilon_1') + (90^\circ - \varepsilon_2') + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\varepsilon_2 = 60^\circ - \varepsilon_1' = 40,53^\circ$$

$$\varepsilon_2' = \arcsin(\sin(40,53^\circ) * 1,5) = 77,1^\circ$$

Damit folgt für den Ablenkswinkel:

$$\delta = |\varepsilon_1 - \varepsilon_1'| + |\varepsilon_2 - \varepsilon_2'| = 47^\circ$$



## Technische Optik 02

31 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

**Beispiel:**

Die Brechzahlen von Wasser ( $n = 1,33$ ) und Diamant ( $n = 2,42$ ) sind gegeben. Ein Lichtstrahl verläuft in Wasser parallel zur Oberfläche und trifft auf den eingetauchten Diamant in Form eines rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks im Einfallswinkel  $45^\circ$ . Berechnen Sie die Winkel des Strahlverlaufs.

Wir berechnen den Brechungswinkel  $\varepsilon_1'$  an der ersten Oberfläche:

$$\varepsilon_1' = \arcsin\left(\frac{1,33 * \sin(45^\circ)}{2,42}\right) = 22,87^\circ$$

Den Winkel  $\varepsilon_2$  entnimmt man dem gezeichneten blauen Dreieck:

$$\varepsilon_2 = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - (180^\circ - (45^\circ + 90^\circ + \varepsilon_1')) = 67,87^\circ$$

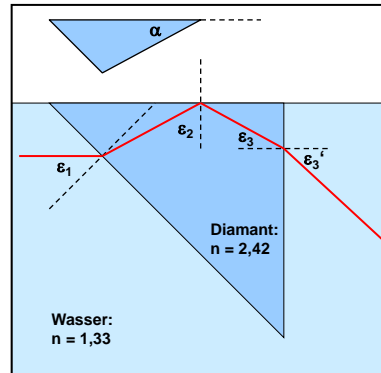
Weil  $\varepsilon_2$  so groß ist, findet Totalreflexion statt.

Der Einfallswinkel  $\varepsilon_3$  an der dritten Oberfläche beträgt:

$$\varepsilon_3 = 90^\circ - \varepsilon_2 = 22,13^\circ$$

Den Brechungswinkel  $\varepsilon_3'$  an der dritten Oberfläche berechnen wir mit dem Gesetz nach Snellius:

$$\varepsilon_3' = \arcsin\left(\frac{2,42 * \sin(22,13^\circ)}{1,33}\right) = 43,27^\circ$$



## Technische Optik 02

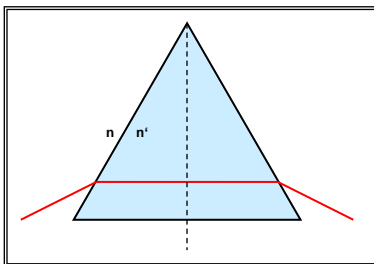
32 von 32

Prof. Dr. Ulrich Sowada  
Institut für Mechatronik  
Fachhochschule Kiel

1 Lichtstrahlen	2 Lichtwellen	3 Linsen	4 Lichtmessung	5 Lichttechnik
1.1 Reflexion	1.2 Brechung	1.3 Absorption	1.4 Streuung	

Ein Prisma mit dem Querschnitt eines gleichseitigen Dreiecks wird durchstrahlt. Als Funktion des Einfallswinkels an der ersten Oberfläche gibt es einen minimalen Ablenkswinkel.

Dieses Minimum tritt dann auf, wenn der Strahl durch das Prisma den „symmetrischen Strahldurchgang“ benutzt:



Die Winkelhalbierende der „brechenden Kante“ steht auf dem Strahl im Prisma senkrecht.

